МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ АН УССР

МАТЕРИАЛЫ КОНФЕРЕНЦИИ "СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЕМ РЕКРЕАЦИОННЫХ СИСТЕМ"

№ 5805-В87

УДК 551.464:262.5

Н.П.Булгаков, Ю.Н.Голубев

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СЕРОВОДОРОДНОЙ ЗОНЫ ЧЕРНОГО МОРЯ (ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ)

Основная особенность Черного моря, отличающая его от всех других морей - наличие мощного сероводородного слоя. Наблюдения за состоянием сероводородной зоны показали существование тренда в сторону уменьшения толщины верхнего кислородного слоя моря и поднятия верхней границы сероводородной зоны. Эта тенденция заметно усилилась в последние десятилетия [12] . Поэтому исследования динамики сероводородной зоны, в том числе и на математических моделях являются весьма актуальным как в научном, так и в прикладном отношениях. В работах [1-5,11] рассматривались простейшие одномерные модели динамики сероводородной зоны. При всех их очевидных достоинствах, главным из которых является простота, на этих моделях можно было исследовать формирование только вертикальной структуры кислорода и сероводорода. Настоящая работа посвящена изложению более полной математической модели сероводородной зоны, позволяющей исследовать ее изменчивость в широком интервале пространственных и временных масштабов.

Постановка задачи следующая . Замкнутый бассейн с реальными конфигурацией берега и рельефом дна заполнен вязкой несжимаемой жидкостью, в которой в качестве растворенных газов присутствуют две неконсервативные примеси-кислород и сероводород. На поверхности моря задаются потоки импульса, тепла, соли, кислорода; на дне - поток сероводорода. Требуется рассчитать циркуляцию в таком бассейне, а затем с учетом найденных кинематических параметров определить состояние кислородной и сероводородной зон. Таким образом, вся задача разбивается на две последовательно решаемых подзадачи: динамическую, результатом решения которой являются три составляющих вектора скорости течения и химическую (назовем условно ее так), уже непосредственно предназначенную для определения концентраций кислорода и сероводорода.

Исходная система уравнений динамической задачи имеет следующий вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + div(\bar{u}\cdot u) - lv + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p}{\partial x} = \mu_1 \Delta u + \nu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + div(\bar{u}\cdot v) + lu + \frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p}{\partial y} = \mu_1 \Delta v + \nu_1 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g, \quad div\,\bar{u} = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + div(\bar{u}\cdot T) + \gamma_T W = \mu_2 \Delta T + \nu_2 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + div(\bar{u}\cdot S) + \gamma_S W = \mu_3 \Delta T + \nu_3 \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}$$

Здесь $\bar{U} = (u, v, w)$ - вектор скорости; T, S, P, ρ - отклонение температуры, солености, давления и плотности от средних значений по глубине $\bar{T}(z)$, $\bar{S}(z)$, $\bar{P}(z)$ и $\bar{\rho}(z)$; Δ - оператор Лапласа по горизонтальным переменным, μ_i, ν_i - коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости (i =I), диффузии тепла (i =2) и солей (i =3). Изменение средних значений температуры и солености по глубине $\bar{T}(z)$ и $\bar{S}(z)$ связаны с фактическими величинами этих параметров T^*, S^* следующими соотношениями

$$T^*(x,y,z,t) = T_0 + \gamma_T z + T(x,y,z,t),$$

$$S^*(x,y,z,t) = S_0 + \gamma_S z + S(x,y,z,t),$$

$$\gamma_T = \frac{d\bar{T}}{dz}, \quad \gamma_S = \frac{d\bar{S}}{dz}$$

Пусть $\mathcal{S} = \mathcal{S}_0 + \mathcal{S}'$, где $\mathcal{S}_0$ -твердая часть поверхности $\mathcal{S}$, $\mathcal{S}'$ - жидкий контур. Граничные условия задачи запишем в следующем виде.

$$u = 0, \; v = 0, \; \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \; \frac{\partial S}{\partial n} = 0 \quad \text{на } \mathcal{S}_0$$

$$u = u^*(z), \quad v = v^*(z), \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \; \nu_3 \frac{\partial S}{\partial n} = Q_s \quad \text{на } \mathcal{S}'$$

$$\nu_1 \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\tau_x}{\rho}, \; \nu_1 \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\tau_y}{\rho}, \; w = 0, \; z = 0 \qquad (2)$$

$$V_2 \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha (T - T_a), \quad V_3 \frac{\partial S}{\partial z} = S(P - E), \quad z = 0$$

$$u = v = w = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial z} = 0, \quad z = H(x, y)$$

Здесь $\bar{n}$ -вектор внутренней нормали к контуру δ, u^*, v^* - составляющие скорости на жидких частях контура, Q_s - поток соли, P -скорость выпадения осадков, E - скорость испарения. Зададим также начальные условия:

$$u = u^0, \quad v = v^0, \quad T = T^0, \quad S = S^0, \quad t = 0 \qquad (3)$$

Задача расчета термогидродинамических характеристик в замкнутом бассейне (I)-(3) определена полностью. Для ее решения был применен двуциклический метод покомпонентного расщепления [8,9], суть которого состоит кратко в следующем. На интервале времени $t_{j-1} \le t \le t_{j+1}$ система уравнений (I) разбивалась на три задачи: две задачи переноса субстанции, решаемые на первом и третьем этапах и задачу адаптации полей на втором этапе. Далее расщепление проводилось по политрическим координатам. В результате задача переноса свелась к ряду одномерных краевых задач, эффективно решаемым методом прогонки. Для задачи адаптации после разделения ее на баротропную и бароклинную части и последующего покоординатного расщепления в результате имеем набор двумерных краевых задач. для решения которых применялся метод верхней последовательной релаксации. В принципе, исходные уравнения и метод решения динамического блока задачи формально те же, что и в работе [8]. Применение метода расщепления в нашем случае удобно тем, что алгоритм решения задачи на шаге переноса субстанции без каких - либо изменений применялся для реализации химического блока задачи.

Расчет концентраций кислорода и сероводорода проводился по уравнениям адвекции в химически активной среде:

$$L[O_2] = -r_0 + \Omega_0, \quad L[H_2S] = -r_S + \Omega_S \qquad (4)$$

где r_0, r_S -скорости реакции, Ω_0 и Ω_S - источники и стоки кислорода и сероводорода в толще моря. Оператор L имеет следующий вид

$$L = \frac{\partial}{\partial t} + div(\bar{u}\,\cdot) - \frac{\partial}{\partial z}\nu\frac{\partial}{\partial z} - \mu\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)$$

Граничные и начальные условия следующие:

$$\frac{\partial[O_2]}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial[H_2S]}{\partial n} = 0 \quad \text{на } \delta$$

$$\nu\frac{\partial[O_2]}{\partial z} = Q_0, \quad [H_2S] = 0, \quad z = 0 \qquad (5)$$

$$[O_2] = 0, \quad \nu\frac{\partial[H_2S]}{\partial z} = Q_S, \quad z = H(x,y)$$

$$[H_2S] = [H_2S]^0, \quad [O_2] = [O_2]^0, \quad t = 0 \qquad (6)$$

где Q_0 и Q_S - соответственно потоки кислорода на поверхности и сероводорода на дне.

Оператор L в уравнениях (4) разбивался на три оператора для каждой из геометрических переменных. Для аппроксимации вторых производных в этих операторах использовались центрально-разностные соотношения; для замены дивергентных слагаемых применялась гибридная саморегулирующаяся схема [7]. Производная по времени аппроксимировалась схемой Кранка-Николсона.

Влияние стока рек в северо-западной части моря моделировалось точечным источником с нулевой соленостью на границе. В прогностических моделях важно выполнение условия солевого баланса. Для разности между среднегодовой скоростью выпадения осадков и среднегодовой скоростью испарения можно записать следующее соотношение [6]:

$$\overline{P-E} = \frac{1}{G\bar{S}_0}\int_0^H \frac{q(z)S(z)}{z}dz - \frac{Q_\Sigma}{G} \qquad (7)$$

Здесь $q(z)$ - величина расхода через Босфор, $S(z)$ - изменение с глубиной солености в проливе, Q_Σ - величина суммарного стока рек, $\bar{S}_0$ - средняя за год величина солености верхнего слоя моря, G - площадь водной поверхности. Соотношение (7) связывает величину пресной составляющей водного баланса Черного моря с соленостью его верхних слоев. Оно важно в исследованиях многолетней изменчивости поля солености водоема и динамики его вод в связи с предполагаемыми изменениями стока рек северо-западной части моря. Данная задача одна из многих, которые могут быть решены на основании изложенной здесь модели. Кроме этой задачи, модель позволит провести иммитацию сезонной изменчивости сероводородной зоны, а также исследовать реакцию верхней границы сероводородной зоны на быстрые изменения синоптических процессов в атмосфе-

...ВИНИТИ № 1

ре. В качестве начального состояния модели задавались среднеклиматические поля температуры и солености. Начальные поля составляющих скорости полагались равными нулю. Данные о ветре брались из [10].

Предварительные численные эксперименты на установление, имеющие цель оттестировать динамический блок задачи, показали, что модель правильно отражает известную картину климатической циркуляции и, в частности, ее общий циклонический характер. Скорости течений получились заниженными по сравнению с реальными, что, по-видимому, связано с сильно сглаженными исходными полями температуры и солености.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев В.И. О регуляризации решения уравнений стационарных состояний верхней границы сероводородной зоны.- Мор.гидрофиз.журнал 1986, № 5, с.55-57.
2. Беляев В.И. Математическая модель экосистемы сероводородной зоны Черного моря. - В сб."Современные проблемы океанологии Черного моря", МГИ АН УССР, г.Севастополь, 1986, Рук.деп.ВИНИТИ, 14.03.86, № 1579- В86, с.4-8.
3. Беляев В.И., Совга Е.Е.,Чепкасова В.А. О влиянии физических и химических факторов на состояние верхней границы сероводородной зоны Черного моря - В сб."Вопросы океанологии Черного моря", МГИ АН УССР, г.Севастополь, 1984, Рук.деп.ВИНИТИ 16.01.85, № 460-85 Деп, с.15-29.
4. Березовский А.А., Богуславская Е.С. Математическое

ВИНИТИ № 1

прогнозирование динамики сероводородной зоны Черного моря МГЖ, 1986, №6, с.32-39.

5. Березовский А.А., Богуславский С.Г. Математическая модель формирования физических и химических полей глубинных вод Черного моря. - В кн.Обратные преобразования в задачах кристаллизации и физики моря, Киев, ИМ АН УССР, 1983, т.54, с.10-15.
6. Горбунов А.Е. Моделирование циркуляции Черного моря.- Изв.АН СССР, Физ.атм. и ок.", 1986, т.22, №9,с.997-1001.
7. Ильин В.О. Анализ конечноразностных схем численного решения уравнения адвекции. -"Метеор. и гидролог.", 1983, № 6, с.13-23.
8. Кордзадзе А.А., Скиба Ю.Н. Численный расчет основных характеристик Черного моря в рамках трехмерной модели. Препринт ВЦ СО АН СССР, 1973, 27 с.
9. Марчук Г.И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана - Л., Гидрометеоиздат, 1974, 303 с.
10. Справочник по климату Черного моря (Под ред. А.И.Соркиной), М.,1974, 406 с.
11. Станев Е. Об определении глубины редокс-зоны в Черном море,- Океанология, 1986 г.,в.3,с.439-445.
12. Фащук Д.Я., Айзатуллин Р.А. О возможной трансформации анаэробной зоны Черного моря - Океанология, 1986,в.2, 233-242.
13. Чепкасова В.А. К расчету динамики верхней границы сероводородной зоны Черного моря. Материалы конференции "Совершенствование управления развитием рекреационных систем,Севастополь 4-6 апреля 1985г",Рук.деп.ВИНИТИ, с.213-218. № 7284-В85 Деп.