

О КОЛЕБАНИЯХ АНОМАЛИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И СОЛЕННОСТИ ВОДЫ НА ПОВЕРХНОСТИ МОРЯ У ОДЕССЫ

В. С. Большаков

(Институт биологии южных морей АН УССР)

Колебания температуры и солёности воды на поверхности моря можно подразделить на периодические (годовой и суточный ходы) и непериодические (суточные, месячные и многолетние аномалии). Суточные ходы температуры и солёности воды у Одессы, как и вообще на морях, невелики — не превосходят нескольких десятых градуса и промили соответственно и здесь не рассматриваются. Ввиду краткости ряда наблюдений не рассмотрены и многолетние колебания температуры и солёности воды. Суточные и месячные аномалии (отклонения от соответствующих средних) рассматривали накладывающимися на правильный периодический годовой ход. Кривые годового хода температуры (или солёности) воды строили по средним месячным значениям температуры (или солёности) воды и принимали за ординаты кривой годового хода для 15 числа каждого месяца. Суточные аномалии температуры воды обозначены ΔT_c , суточные аномалии солёности воды — ΔS_c . Суточные аномалии других гидрометеорологических элементов, использованные при дальнейшем анализе колебаний аномалий температуры и солёности воды, вычисляли аналогично.

При анализе колебаний суточных аномалий температуры и солёности воды на поверхности моря у Одессы использованы наблюдения гидрометеорологической станции Одесса-порт за 1961 г. На первой стадии исследования была предпринята попытка выявить взаимосвязи колебаний аномалий температуры и солёности воды с аномалиями некоторых других гидрометеорологических элементов. Эти взаимосвязи анализировали методом корреляций.

Применение этого метода для установления тесноты связи имеет некоторые особенности. Как известно, корреляционная связь ха-

характеризуется коэффициентом корреляции r двух или нескольких переменных величин $x_1, x_2, \dots, x_n$. Наиболее часто встречается случай установления связи двух величин x_1 и x_2 . Если колебания этих величин полностью связаны, то коэффициент корреляции r равен 1, если колебания двух величин совершенно не связаны друг с другом, коэффициент корреляции равен нулю. Однако в интервале изменения коэффициента корреляции от 0 до 1 оценка тесноты связи колебаний величин x_1 и x_2 менее ясна и требует введения предвзятых предположений о том, при каких значениях коэффициента колебания коррелируемых величин можно считать практически связанными или несвязанными. Наиболее обоснованно сделать такие предположения можно исходя из задачи прогноза. Предположим, что разыскивается функциональная связь $x_2 = f(x_1)$ для того, чтобы по известным значениям x_1 предсказывать интересующие нас значения x_2 . При методе корреляции искомая функциональная связь выражается через корреляционное уравнение:

$$x_2 = \bar{x}_2 + r \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (x_1 - \bar{x}_1). \quad (1)$$

где $\bar{x}_1$ и $\bar{x}_2$ — средние значения, r — коэффициент корреляции, σ_1 и σ_2 — основные (среднеквадратичные) отклонения величин x_1 и x_2 . Основная ошибка вычисляемых с помощью уравнения (1) величин равна:

$$\sigma_{x_2} = \sigma_2 \sqrt{1 - r^2}. \quad (2)$$

Обозначим величину $\sqrt{1 - r^2}$ через k , тогда

$$\sigma_{x_2} = k \sigma_2. \quad (3)$$

т. е. k является безразмерной величиной ошибки корреляционного уравнения. Рассмотрим функциональную зависимость:

$$k = f(r). \quad (4)$$

Поскольку $k = \sqrt{1 - r^2}$, ясно, что функциональная зависимость (4) в плоскости изображается окружностью с радиусом $r = 1$ (рис. 1). Этот график функции (4) может служить для рационального выбора критерия тесноты связи функциональной зависимости $x_2 = f(x_1)$. Из него видно, что при коэффициенте корреляции, равном 1, связь абсолютно тесная, так как ошибка значений x_2 , вычисленных по корреляционному уравнению (1) равна 0, а при коэффициенте корреляции равном 0 связь отсутствует, так как ошибка вычисленных значений x_2 равна основному отклонению колебаний этой величины. Совершенно очевидно, что k более удобно для определения тесноты связи колебаний величин x_1 и x_2 , чем r , ибо k меняется обратно пропорционально тесноте связи, в то время как r — по криволинейному закону. Еще более удобен и нагляден новый коэффициент, который можно назвать показателем тесноты

связи, или, для краткости, показателем корреляции $B = 1 - k$, или

$$B = 1 - \sqrt{1 - r^2}. \quad (5)$$

Этот критерий меняется от 0 до 1 прямо пропорционально тесноте связи колебаний величин x_1 и x_2 .

Есть и другой аспект в применении метода корреляций для исследования колебаний гидрометеорологических элементов. Ряды

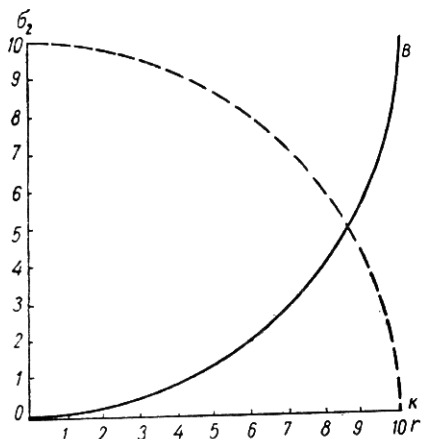


Рис. 1. Зависимость безразмерной величины ошибки корреляционного уравнения k и показателя корреляции B от коэффициента корреляции r .

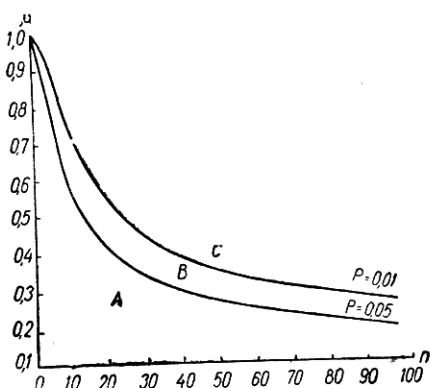


Рис. 2. Области, в которых коэффициент корреляции является незначимым (A), значимым (B) и весьма значимым (C) — по А. К. Митропольскому.

наблюдений, используемых для исследования колебаний гидрометеорологических элементов и вычисления коэффициентов корреляций всегда ограничены по объему и почти никогда не достигают достаточно большого числа для обеспечения необходимой точности и вероятности. Если даже задаться сравнительно небольшой точностью вычислений, равной 0,1 вычисляемой величины, и вероятностью невыхода вычислений за пределы этой точности, равной 90%, то необходимое число наблюдений по таблице достаточно больших чисел [4] равно 273. Использование таких рядов наблюдений часто невозможно, например, при вычислении коэффициентов корреляции по месячным рядам среднесуточных значений или годовым рядам среднемесячных значений гидрометеорологических наблюдений. Работа с длинными рядами и нежелательна, так как большинство вероятностных (статистических) вычислений очень трудоемко и не всегда поддается механизации. По тем или другим причинам ряды наблюдений, используемых при анализе, оказываются намного меньше достаточно больших чисел. Отсюда возни-

кает необходимость оценить применимость значений вероятностных характеристик, вычисленных по коротким рядам наблюдений, к длинным рядам. Такая оценка в теории вероятностей дается с помощью критерия Стьюдента — Фишера. Применительно к вычислениям коэффициентов корреляции А. К. Митропольский [3] предложил очень удобную номограмму для определения значимости коэффициентов корреляции, вычисленных по короткому ряду наблюдений (число членов ряда n) при переходе к длинному ряду наблюдений (число членов ряда сколь угодно велико, но конечно), в зависимости от величины коэффициента корреляции и числа членов ряда n , по которому он вычисляется (рис. 2). Если коэффициент корреляции по номограмме Митропольского оказывается незначимым, то гипотеза о существовании связи между колебаниями переменных величин x_1 и x_2 считается невероятной, каким бы большим ни был коэффициент корреляции между ними.

Таблица 1

Корреляционные связи суточных аномалий температуры и солёности воды на поверхности моря у Одессы и суточных аномалий некоторых гидрометеорологических элементов

Связь	II	V	VIII	XI
Температура воды—температура воздуха	0,548	0,511	0,680	0,385
Температура воды—солёность воды	0,548	—0,193	—0,350	—0,379
Температура воды—скорость ветра	0,012	0,007	0,022	0,020
Температура воды—уровень моря	0,290	0,330	0,165	0,548
Солёность воды—скорость ветра	—0,254	0,001	0,012	—0,143
Солёность воды—уровень моря	0,560	0,343	—0,428	—0,470

Были прокоррелированы колебания суточных аномалий температуры воды с аномалиями температуры воздуха, солёности воды, скорости ветра и уровня моря. Колебания суточных аномалий солёности воды коррелировали с аномалиями скорости ветра и уровня моря (табл. 1). Коэффициенты корреляции вычислены для четырех месяцев года, являющихся серединами соответствующих гидрологических сезонов в северо-западной части Черного моря. Временные границы гидрологических сезонов были установлены раньше [1]. Проверка вычисленных коэффициентов корреляции, выполненная по номограмме А. К. Митропольского, показала, что значимы связи суточных аномалий температур воды и воздуха — весь год, температуры и солёности воды — кроме мая, температуры воды и уровня моря — только в ноябре. Для аномалий солёности воды оказалась значимой только связь с аномалиями уровня моря.

Следует сразу же заметить, что все обнаруженные значимые связи не очень тесны. Связь температура воды — температура воздуха достигает максимума тесноты в августе, когда показатель корреляции B равен 0,28, и минимума в ноябре, когда B уменьшается до 0,09. Такое резкое уменьшение тесноты данной связи вызвано, по-видимому, тем, что в ноябре теплоотдача из моря в воздух наиболее велика вследствие термической конвекции. Связь температура воды — соленость воды еще менее тесна. Максимальный показатель корреляции 0,18 получен для февраля; в мае, при прохождении волны половодья, эта связь вообще разрушается, коэффициент корреляции уменьшается до $-0,193$, т. е. становится незначимым. Интересной особенностью этой связи является смена ее знака. Если в феврале коэффициент корреляции положителен, то в августе и ноябре он отрицателен. Можно предложить следующее объяснение этому факту. Летом и осенью кратковременные понижения температуры и повышения солености воды у берегов Одессы обычно вызываются сгонами, при которых к поверхности моря у берега поднимается более соленая холодная глубинная вода. Зимой, при начале ледообразования, верхний слой воды оказывается более холодным, так как температура наибольшей плотности для воды с соленостью 16‰ равна $0^{\circ},6$, а температура замерзания — $0^{\circ},9$. Следовательно, подъем глубинных вод на поверхность моря у берега при сгоне вызывает в этот сезон повышение не только солености, но и температуры воды. Остается без объяснения связь температура воды — уровень моря, устанавливающаяся только в ноябре. Но она несомненна, так как коэффициент корреляции для нее весьма значим, а показатель корреляции равен 0,18.

Колебания аномалий солености воды оказались связанными только с колебаниями аномалий уровня моря. Коэффициенты корреляции этой связи в феврале и ноябре очень значимы, в мае и августе незначимы. Наиболее тесна связь в феврале, когда показатель корреляции достигает 0,19, наименее тесна — в мае, когда показатель корреляции уменьшается до 0,07. Связь в течение года не однозначна, в феврале и мае положительна, в августе и ноябре — отрицательна. Физический смысл ее неясен. Что касается связей аномалии скорости ветра с аномалиями температуры и солености воды, то из табл. 1 видно, что этих связей не существует, так как все коэффициенты корреляции очень малы и незначимы.

Для выяснения вероятностного характера колебаний суточных аномалий температуры и солености воды были вычислены их статистические характеристики (табл. 2). Как следует из способа вычисления суточных аномалий

$$\left. \begin{aligned} \Delta T_c &= T - (\bar{T} + \Delta T) \\ \Delta S_c &= S - (\bar{S} + \Delta S) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где ΔT_c и ΔS_c — суточные аномалии температуры и солености воды,

T и S — суточные величины температуры и солености воды, $\bar{T}$ и $\bar{S}$ — ординаты годовых ходов температуры и солености воды для данных суток, вычисленных по многолетним наблюдениям, ΔT и ΔS — месячные аномалии данного года для данных суток; их математические ожидания (средние значения) при точном построении кривых годовых ходов должны равняться нулю. В действительности средние значения суточных аномалий не равны нулю, лежат очень близко к нему, не отклоняясь дальше своих основных ошибок. Основные отклонения аномалий испытывают известные колебания от сезона к сезону, но все они одного порядка, за исключением основного отклонения суточных аномалий температуры воды в августе, оказавшегося на порядок выше остальных основных отклонений. Большой размах колебаний суточных аномалий температуры воды в августе объясняется, по-видимому, влиянием сгонных явлений у берегов Одессы [6].

Таблица 2

Статистические характеристики колебаний суточных аномалий

Статистические характеристики	II	V	VIII	XI
$\Delta \bar{T}_c^\circ$	0,05	-0,05	-0,04	-0,01
$\sigma_{\Delta \bar{T}_c}^\circ$	0,16	0,14	0,58	0,07
$\sigma_{\Delta T_e}^\circ$	0,87	0,79	3,23	0,39
σ_σ°	0,12	0,10	0,41	0,05
S_k	0,005	0,058	0,898	0,338
$3\sigma_{s_k}$	1,389	1,324	1,324	1,350
E_x	-1,104	-0,198	79,707	0,046
$3\sigma_{e_x}$	2,778	2,646	2,646	2,700
$\Delta \bar{S}_c^{0/00}$	-0,03	-0,07	0,01	0,15
$\sigma_{\Delta \bar{S}_c}^{0/00}$	0,16	0,10	0,05	0,16
$\sigma_{\Delta S_c}^{0/00}$	0,84	0,56	0,26	0,89
$\sigma_\sigma^{0/00}$	0,11	0,07	0,03	0,11
S_k	0,589	3,853	0,706	0,096
$3\sigma_{s_k}$	1,389	1,324	1,324	1,350
E_x	2,758	0,854	1,000	-1,089
$3\sigma_{e_x}$	2,778	2,646	2,646	2,700

$\Delta \bar{x}$ — среднее значение аномалии; $\sigma_{\Delta x}$ — основная ошибка среднего значения; $\sigma_{\Delta x}$ — основное отклонение аномалии; σ_σ — основная ошибка основного отклонения; S_k — коэффициент асимметрии; σ_{s_k} — основная ошибка коэффициента асимметрии; E_x — коэффициент эксцесса; σ_{e_x} — основная ошибка коэффициента эксцесса.

Чтобы установить статистический закон распределения суточных аномалий относительно годовых ходов температуры и солености воды в 1961 г., были вычислены коэффициенты асимметрии S_k и эксцесса E_x . Из теории вероятностей известно, что нормальному закону распределения соответствуют коэффициенты асимметрии и эксцесса, не отличающиеся от нуля больше чем на двух-трехкратные величины их ошибок. Из табл. 2 видно, что коэффициент ко-

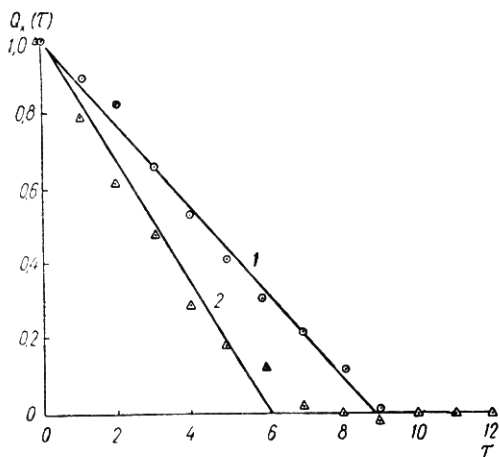


Рис. 3. Нормированные корреляционные функции суточных аномалий температуры (1) и солености (2) воды.

сости выходит за пределы трехкратной своей ошибки только для суточных аномалий солености воды в мае. Это, очевидно, вызвано тем, что в мае через район Одессы проходит вершина волны распреснения, возникающего из-за половодья на Днестре [7]. Коэффициент эксцесса выходит за пределы своей трехкратной ошибки только для суточной аномалии температуры воды в августе. Причина этому, возможно, та же, что и для резкого возрастания основного отклонения — сезонные явления. В целом же можно считать,

что колебания суточных аномалий относительно соответствующих годовых ходов укладываются в нормальный закон распределения.

Для окончания вероятностного анализа суточных аномалий их колебания проверены на присутствие периодических составляющих методом корреляционных функций. С этой целью по годовому ряду наблюдений (по-прежнему за 1961 г.) были вычислены нормированные корреляционные функции $R_{\Delta T_c}(\tau)$ и $R_{\Delta S_c}(\tau)$, представленные на рис. 3. Одинаковые промежутки времени наблюдений τ были выбраны равными суткам. На рис. 3 видно, что обе нормированные корреляционные функции убывают по линейному закону от 1 до 0 в интервале $0 < \tau < \tau_0$ и при $\tau \geq \tau_0$ $R_x(\tau) = 0$, т. е.

$$R_x(\tau) \begin{cases} = 1 - \frac{\tau}{\tau_0} & \text{при } 0 < \tau < \tau_0, \\ = 0 & \text{при } \tau \geq \tau_0. \end{cases}$$

Для ΔT_c τ_0 равно 9 суткам, для ΔS_c τ_0 равно 6 суткам. Отсюда спе-

ктральная плотность $S_x(\omega)$ колебаний функций ΔT_c и ΔS_c соответственно равна:

$$S_x(\omega) = \frac{2}{\pi \tau_0 \omega^2} (1 - \cos \omega \tau_0), \quad (7)$$

где ω — частота колебаний. Максимумы кривой функции (7) будут иметь место в точках $\omega = 0, \frac{3\pi}{\tau_0}, \frac{5\pi}{\tau_0}$ и т. д. и минимумы в точках

$\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}, \frac{4\pi}{\tau_0}$ и т. д. Если поставить в эти соотношения τ_0 , снятые с рис. 3, то периоды колебаний оказываются равными суткам (основная гармоника), полусуткам и т. д. Следовательно, никаких периодических составляющих в колебаниях суточных аномалий с периодами больше суток и меньше месяца нет.

Т а б л и ц а 3

Корреляционные связи колебаний аномалии температуры воды на поверхности и колебаний аномалий некоторых гидрометеорологических элементов

Связь	Коэффициент корреляции	Ошибка коэффициента корреляции
Температура воды—температура воздуха	0,745	$\pm 0,019$
Температура воды—абсолютная влажность воздуха	0,727	$\pm 0,020$
Температура воды—уровень моря	0,607	$\pm 0,026$
Температура воды—атмосферное давление	-0,575	$\pm 0,028$
Температура воды—солнечная радиация	0,076	$\pm 0,043$
Температура воды—скорость ветра	0,027	$\pm 0,043$

Рассмотрим месячные аномалии температуры воды, обозначаемые символом ΔT , и аномалии солености воды ΔS . Для исследования их колебаний использован ряд наблюдений за указанными элементами с 1948 по 1964 г. Наблюдения выполнены гидрометеорологической станцией Одесса-порт.

Для выяснения причинности колебаний аномалий температуры и солености воды вычисляли коэффициенты корреляции между каждой из этих аномалий и аномалиями среднемесячных величин различных гидрометеорологических элементов. Результаты вычислений приведены в табл. 3 и 4. Из табл. 3 видно, что наиболее тесная связь колебаний аномалии температуры воды существует с аномалиями температуры воздуха, абсолютной влажности воздуха, уровня моря и атмосферного давления. Перечисленные связи по номограмме А. К. Митропольского очень значимы. Интересно отметить, что колебания аномалии суммарной солнечной радиации,

определяющей годовой ход температуры воды и аномалии скорости ветра, определяющей влияние циркуляции атмосферы и, частично, циркуляции водных масс, совершенно не сказываются на колебаниях аномалии температуры воды.

Т а б л и ц а 4

Корреляционные связи колебаний аномалии солености воды на поверхности и колебаний аномалий некоторых гидрометеорологических элементов

Связь	Коэффициент корреляции	Ошибка коэффициента корреляции
Соленость воды—скорость ветра	0,320	$\pm 0,037$
Соленость воды—абсолютная влажность воздуха	-0,257	$\pm 0,039$
Соленость воды—атмосферное давление	-0,183	$\pm 0,040$
Соленость воды—разность атмосферных осадки минус испарение	0,150	$\pm 0,041$
Соленость воды—уровень моря	0,049	$\pm 0,042$
Соленость воды—речной сток	-0,669	$\pm 0,012$

Не улучшается связь и для комбинации факторов. Так, совместный коэффициент корреляции между колебаниями аномалии температуры воды и аномалий температуры воздуха и абсолютной влажности воздуха

$$\Delta T = f(\Delta T_a, \Delta e) \quad (8)$$

оказался равным $0,597 \pm 0,027$, т. е. ниже, чем для отдельных парных связей: $\Delta T = f(\Delta T_a)$ и $\Delta T = \psi(\Delta e)$.

К сожалению, корреляционная зависимость не позволяет установить направленность исследуемой связи. Например, коэффициент корреляции $0,745 \pm 0,019$, полученный для зависимости $\Delta T = f(\Delta T_a)$, справедлив и для обратной зависимости $\Delta T_a = f(\Delta T)$. Более того, из чисто формального характера корреляций следует, что эти величины могут вообще не быть связаны непосредственно между собой, а иметь связь через третий неизвестный аргумент.

Некоторым основанием для установления направления причинной зависимости может служить исследование изменения коэффициента корреляции связи при сдвиге фаз. В таком случае можно исходить из того аксиоматического предположения, что в реальных физических процессах причина всегда опережает следствие, хотя бы и на очень малый промежуток времени.

Исследуем, исходя из этого принципа, наиболее значимые связи $\Delta T = f(\Delta T_a)$ и $\Delta T = \psi(\Delta e)$. Начнем с первой. Отыщем коэффициенты корреляции связи $\Delta T = f(\Delta T_a)$ при различном сдвиге фаз:

$$\left. \begin{aligned} \Delta T &= f(\Delta T_a) \\ r_{\Delta T_a, \Delta T} &= \psi(n+m) \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где n — номер месяца; m — целые числа $\dots 3, 2, 1, 0, -1, -2, -3 \dots$. Вид зависимости коэффициента корреляции от сдвига фазы ΔT_a относительно ΔT показан на рис. 4. Здесь хорошо заметна

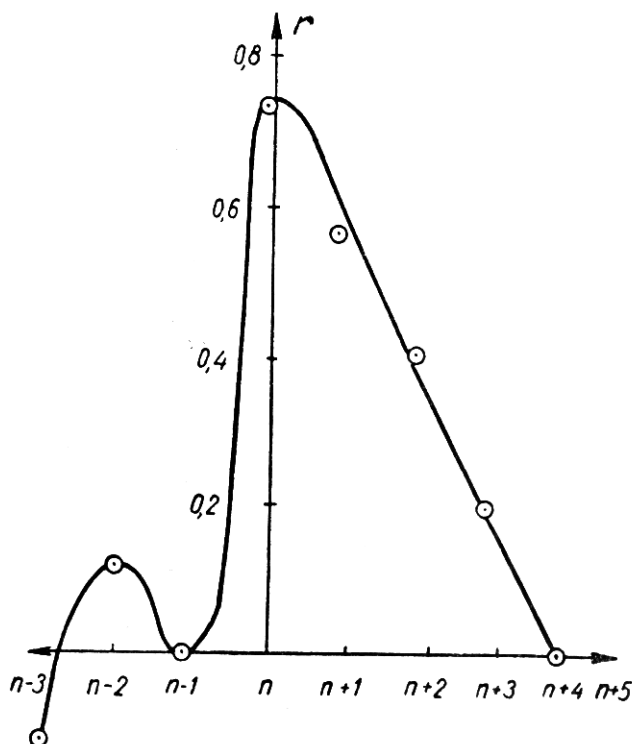


Рис. 4. Зависимость коэффициента корреляции r связи $\Delta T = f(\Delta T_a)$ от сдвига фазы n , ΔT_a относительно ΔT .

асимметрия кривой со сдвигом в правую сторону, что позволяет считать ход аномалии температуры воды ведущим в этой связи. Тогда «правильное» написание корреляционной зависимости между ними будет $\Delta T_a = f(\Delta T)$.

Исследуем вторую выбранную связь:

$$\left. \begin{aligned} \Delta T &= f(\Delta e) \\ r_{\Delta e, \Delta T} &= \psi(n+m) \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

Вид зависимости коэффициента корреляции от сдвига фазы показан на рис. 5. Здесь наблюдается асимметрия кривой со сдвигом в левую

сторону, что может служить основанием для принятия хода аномалии абсолютной влажности ведущим по отношению к аномалии температуры воды. Подобное исследование двух других очень значимых связей $\Delta T = f(\Delta Y)$ и $\Delta T = f(\Delta P)$ дало правостороннюю асимметрию.

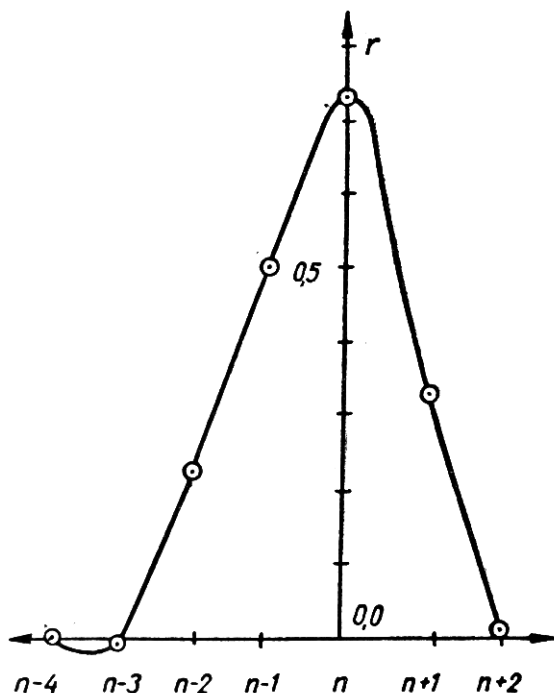


Рис. 5. Зависимость коэффициента корреляции r связи $\Delta T = f(\Delta e)$ от сдвига фазы n , Δe относительно ΔT .

Следовательно, и в этих связях ход аномалии температуры воды можно считать ведущим.

Выясним возможность использования полученных корреляционных связей для прогноза аномалии температуры воды. Как уже упоминалось, наиболее высокие коэффициент корреляции 0,745 и показатель корреляции 0,36 получены для связи аномалии температуры воды — аномалии температуры воздуха. Ей соответствует уравнение регрессии

$$\Delta T = 0,80 \Delta T_a \quad (11)$$

со среднеквадратичной ошибкой $\pm 0^\circ,8$.

В целом колебания аномалии температуры воды приходится признать зависимыми от многих факторов одновременно. Это поз-

воляет рассматривать ход аномалии температуры воды как случайную, в вероятностном значении этого слова, функцию многих аргументов. Еще с большим основанием как случайную функцию можно рассматривать ход аномалии солености воды. Из шести пар связей колебаний аномалии солености воды с колебаниями аномалий других гидрометеорологических элементов только связь аномалии солености воды с аномалией расходов Днепра ΔQ (в $\text{м}^3/\text{сек}$) в створе Каховской ГЭС значима, поскольку коэффициент корреляции этой связи равен $-0,669$ и показатель корреляции равен $0,27$. Корреляционное уравнение этой связи имеет вид

$$\Delta S = -0,00085\Delta Q \quad (12)$$

со среднеквадратичной ошибкой $\pm 0,37\%$.

Таблица 5

Статистические характеристики колебаний месячных аномалий

Статистические характеристики	II	V	VIII	XI
$\Delta \bar{T}^\circ$	0,05	-0,05	-0,04	-0,01
$\sigma_{\Delta \bar{T}}^\circ$	0,16	0,14	0,58	0,07
$\sigma_{\Delta T}^\circ$	0,87	0,79	3,23	0,39
σ_σ	0,12	0,10	0,41	0,05
S_k	0,005	0,0058	0,898	0,338
$3\sigma_{s_k}$	1,389	1,324	1,324	1,350
E_x	-1,104	-0,198	1,707	0,046
$3\sigma_{e_x}$	2,778	2,646	2,646	2,700
$\Delta \bar{S}^0/_{00}$	-0,03	-0,07	0,01	0,15
$\sigma_{\Delta \bar{S}}^0/_{00}$	0,16	0,10	0,05	0,16
$\sigma_{\Delta s}^0/_{00}$	1,39	2,16	1,05	1,28
$\sigma_\sigma^0/_{00}$	0,11	0,37	0,06	0,11
S_k	0,589	0,853	0,706	0,096
$3\sigma_{s_k}$	1,389	1,324	1,324	1,350
E_x	2,758	0,854	1,000	-1,089
$3\sigma_{e_x}$	2,778	2,646	2,646	2,700

Условные обозначения те же, что и в табл. 2.

Другая наиболее тесная связь с аномалией скорости ветра, хотя и очень значима, лежит близко к границе значимости и ее теснота невелика, поскольку показатель корреляции равен всего $0,06$.

Для характеристики колебаний месячных аномалий температуры и солености воды были вычислены их основные статистики (табл. 5).

Как уже упоминалось, колебания месячных аномалий рассматривались накладываются на годовые ходы. Предполагалось, что эти колебания происходят около годового хода, как около положения равновесия. Как видно из табл. 5, средние значения месячных аномалий близки нулю, следовательно, это предположение можно считать подтвердившимся. Коэффициенты асимметрии и эксцесса также можно считать равными нулю, поскольку он лежит в интервалах их удвоенных ошибок. Это показывает, что распределение колебаний аномалий относительно соответствующих годовых ходов, как и в случае суточных аномалий, подчинено нормальному закону.

Размах колебаний аномалий имеет заметные пики в августе — для температуры и в мае — для солености воды. Пик в августе объясняется, по-видимому, наибольшим развитием в середине лета сгонных явлений при наибольших градиентах температуры воды по вертикали. Пик в мае вызван, очевидно, неравномерностями процесса распреснения, достигающего максимального развития именно в этом месяце, когда вода половодья Днепра доходит до Одессы.

Таблица 6

Среднеарифметические значения и основные отклонения аномалий температуры и солености воды по сечениям

Аномалии	I—VII	II—VIII	III—IX	IV—X	V—XI	VI—XII
$\overline{\Delta T}$	0,000	0,000	0,003	—0,002	0,002	0,003
$\overline{\sigma_{\Delta T}}$	1,77	1,33	1,70	1,51	2,15	2,00
$\overline{\Delta S}$	0,002	—0,002	—0,002	0,002	0,002	0,003
$\overline{\sigma_{\Delta S}}$	1,09	1,17	1,34	1,45	1,70	1,85

Изложенное выше позволяет считать колебания аномалий температуры и солености воды стационарными случайными функциями. Докажем их стационарность. Из теории вероятностей известно, что математическое ожидание m_x и основное отклонение σ_x стационарной случайной функции есть величины постоянные [2]. Следовательно, для достаточно большой по объему группы реализаций стационарной функции ее среднеарифметическое значение $\bar{x}$ и эмпирическое основное отклонение $\bar{\sigma}_x$ также будут стремиться к постоянной величине. «Длина» одной реализации исследуемого объема материалов наблюдений была выбрана равной 6 месяцам. Весь 17-летний период наблюдений был разбит на 34 последовательных во времени реализаций. Каждая из них, в свою очередь, была разбита на 6 сечений — через месяц. Затем каждая последующая реализация записывалась под предыдущей и для всего исследуемого объема материала, по сечениям, были вычислены среднеарифметические значения и основные отклонения исследуемых случайных функций ΔT и ΔS . Результаты вычислений приведены в табл. 6,

из которой видно, что средние значения аномалий температуры и солености воды по сечениям весьма близки нулю, незначительно и незакономерно колеблются около него. Сравнительно невелики и незакономерны колебания основных отклонений. Из этого можно заключить, что аномалии температуры и солености воды действительно являются стационарными случайными функциями времени и могут быть охарактеризованы, если для них будут найдены корреляционные функции и распределения спектральных плотностей.

Корреляционные функции аномалий температуры и солености воды приведены на рис. 6. Из очертаний кривых видно, что обе корреляционные функции $K_{\Delta T}(\tau)$ и $K_{\Delta S}(\tau)$ — быстроубывающие по экспоненциальному закону функции. Здесь следует отметить, что ранее выбранная длина одной реализации, равная 6 месяцам, достаточно обоснована, так как в точке $\tau \approx 5$ обе функции близко подходят к нулевой оси $K_x(\tau)$, а функция $K_{\Delta S}(\tau)$ даже переходит через нуль. Аппроксимируем полученные эмпирические корреляционные функции. Для функции $K_{\Delta T}(\tau)$ наиболее подходящим будет уравнение вида

$$K_x(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha(\tau)}. \quad (13)$$

Для определения неизвестного коэффициента α воспользуемся методом избранных точек. Избираем точку, соответствующую $\tau = 1$, как наиболее точно вычисленную. Ей соответствует $K_{\Delta T}(\tau_1) = 0,50$. Второй точкой выберем точку $\tau_2 = 0$. Для нее $K_x(\tau)$ всегда равна дисперсии, т. е. σ_x^2 . Из табл. 6 выбираем $\sigma_{\Delta T}$, равное 1,50, тогда дисперсия $\sigma_{\Delta T}^2 = 2,25$. В этом случае

$$\alpha = \frac{1}{\tau_1} \ln R_x(\tau_1), \quad (14)$$

где R_x — нормированная корреляционная функция:

$$R_x = \frac{K_x(\tau)}{\sigma_x^2}. \quad (15)$$

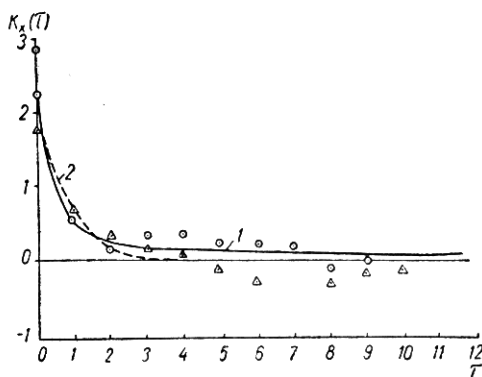


Рис. 6. Корреляционные функции аномалий температуры ΔT (1) и солености ΔS воды (2).

Подставляя исходные данные для $K_{\Delta T}(\tau)$ в формулы (13) — (15), получаем

$$K_{\Delta T}(\tau) = 2,25e^{-1,754(\tau)}. \quad (16)$$

На рис. 6 результаты вычислений по этому уравнению изображены сплошной линией.

Для $K_{\Delta S}(\tau)$ выберем другое уравнение, имеющее периодическую часть, поскольку переход функции $K_{\Delta S}(\tau)$ через нуль позволяет предполагать существование в ней периодической составляющей:

$$K_x(\tau) = \sigma_x^2 e^{-a(\tau)} \cos \beta \tau. \quad (17)$$

Для подбора коэффициентов α и β в уравнении (17) снова воспользуемся методом избранных точек. Первую точку выбираем так, чтобы функция $K_x(\tau)$ пересекала в ней нуль. В нашем случае это происходит при $\tau = 4,5$. Следовательно, координаты первой избранной точки равны: $\tau_1 = 4,5$; $K_{\Delta S}(\tau) = 0$. Вторую точку выбираем ближе

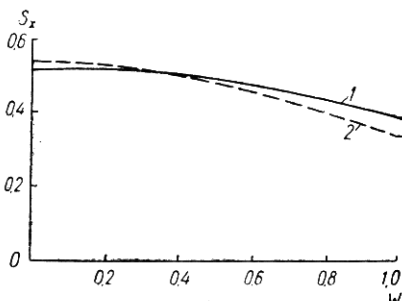


Рис. 7. Спектральные плотности колебаний аномалий температуры ΔT (1) и солености ΔS (2) воды.

к началу координат, так как точность вычисления значений функции $K_x(\tau)$ максимальна у начала координат. Координаты второй избранной точки равны: $\tau_2 = 1$; $K_{\Delta S}(\tau_2) = 0,69$. Из табл. 6 выбираем $\sigma_{\Delta S} = 1,36$. Тогда

$$\beta = \frac{\pi}{2\tau_1}. \quad (18)$$

$$\alpha = \frac{1}{\tau_2} \ln \frac{\cos \beta \tau_2}{K_x(\tau_1)}. \quad (19)$$

Подставляя в формулы (15) и (17) — (19) выбранные значения τ_1 , τ_2 и $\sigma_{\Delta S}$, получаем:

$$K_{\Delta S}(\tau) = 1,85e^{-1,068(\tau)} \cos(0,349\tau). \quad (20)$$

На рис. 6 результаты вычислений по этому уравнению изображены пунктирной линией. Из сравнения аппроксимационных кривых для аномалий температуры и солености воды видно, что они мало различаются между собой.

Найдем спектральную плотность функций (16) и (20). В общем виде спектральная плотность стационарной случайной функции равна [2]

$$S_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_x(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (21)$$

Подставив в формулу (21) корреляционные функции (13) и (17), получим выражения для спектральных плотностей:

$$S_{\Delta T}(\omega) = \frac{\sigma_{\Delta T}^2 \alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)}, \quad (22)$$

$$S_{\Delta S}(\omega) = \frac{\sigma_{\Delta S}^2 \alpha}{2\pi} \left[\frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right], \quad (23)$$

где ω — частота. Подставив в формулы (22) и (23) приведенные выше исходные данные для ΔT и ΔS , получим следующие выражения их спектральных плотностей:

$$S_{\Delta T}(\omega) = \frac{3,942}{3,14(3,077 + \omega^2)}, \quad (24)$$

$$S_{\Delta S}(\omega) = 3,14 \left[\frac{1}{1,145 + (\omega + 0,349)^2} + \frac{1}{1,145 + (\omega - 0,349)^2} \right]. \quad (25)$$

Результаты вычислений спектральных плотностей $S_{\Delta T}(\omega)$ и $S_{\Delta S}(\omega)$ для различных значений частоты ω приведены на рис. 7. Из рис. 7 видно, что спектральные плотности аномалий температуры и солености воды сходны между собой. Колебания аномалий не содержат в себе сколько-нибудь заметных периодических составляющих, все периоды приблизительно равновероятны. Такой вид спектральных плотностей в теории вероятностей носит название «белого шума». По А. А. Свешникову [5], «белый шум» есть случайная функция с постоянной спектральной плотностью:

$$S_x(\omega) = C = \text{const}, \quad (26)$$

где C — постоянная, характеризующая интенсивность «белого шума»:

$$C = \frac{\sigma_x^2}{\pi\alpha}. \quad (27)$$

Подставив в уравнение (27) полученные выше значения σ_x^2 и α находим для аномалии температуры воды $C_{\Delta T} = 0,41^\circ$ и для аномалии солености воды $C_{\Delta S} = 0,51^\circ/_{\text{оо}}$.

Спектральная характеристика колебаний аномалий температуры и солености воды — показывает, что никаких периодичностей, с периодом от месяца до года, кроме годовых их ходов, в них не содержится.

ЛИТЕРАТУРА

1. Большаков В. С. та ін. Характеристика водних мас північно-західної частини Чорного моря. — Наук. зап. Одеськ. біол. ст., 1963, 5.
2. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. Физматгиз, М., 1962.
3. Митропольский А. К. Техника статистических вычислений. Физматгиз, М., 1961.
4. Романовский В. И. Основные задачи теории ошибок. Физматгиз, М., 1947.
5. Свешников А. А. Прикладные методы теории случайных функций. Физматгиз, М., 1961.
6. Толмазин Д. М. Сгонные явления в северо-западной части Черного моря. — Океанология, 1963, 3, 5.
7. Шульгина Е. Ф. Гидрохимическая характеристика северо-западного района Черного моря по наблюдениям 1956—1958 гг. — Труды ГОИНа, 1961, 59.