

ПРОВ 98

ПРОВ 2010

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ БИОЛОГИИ ЮЖНЫХ МОРЕЙ
им. А. О. КОВАЛЕВСКОГО

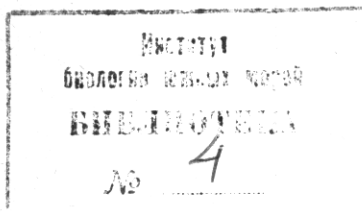
БИОЛОГИЯ МОРЕЯ

РЕСПУБЛИКАНСКИЙ МЕЖВЕДОМСТВЕННЫЙ СБОРНИК

Основан в 1965 г.

Выпуск 41

ВОПРОСЫ САНИТАРНОЙ ГИДРОБИОЛОГИИ
И ОКЕАНОГРАФИИ



КИЕВ «НАУКОВА ДУМКА» 1977

ОБ ОЦЕНКЕ НАПРАВЛЕНИЙ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА

При решении ряда практических задач — оценки скорости разбавления и перемешивания загрязняющих примесей, сбрасываемых в море, определении различных параметров плотностных потоков и др. — необходимы сведения о состоянии турбулизации потока и направлении наиболее интенсивного обмена. Поэтому исследователи стремятся численно оценить параметры турбулентного обмена.

Для определения коэффициентов горизонтального турбулентного обмена используются обычно полуэмпирические формулы тензорной теории турбулентности. Векторные величины коэффициентов в этом случае являются компонентами турбулентного обмена в двух взаимно перпендикулярных направлениях — вдоль меридиана и параллели или вдоль и поперек результирующего потока.

Меридиональные A_ϕ и зональные A_λ компоненты турбулентного обмена лишь в редких случаях принимают экстремальные значения. Обычно же последние рассчитываются по найденным величинам A_ϕ , A_λ и $A_{\lambda\phi}$ с помощью эллипсов обмена. Направление экстремальных коэффициентов обмена определяется по знаку $A_{\lambda\phi}$ и углу поворота координатных осей при переходе от общего уравнения эллиптической кривой к каноническому виду.

Первая работа по определению параметров макрообмена для моря была выполнена В. Б. Штокманом [9] по наблюдениям скорости течения у западного берега Среднего Каспия. В последующих работах по изучению процессов турбулентного обмена в различных районах Мирового океана исследователи [1—7] использовали ту же методику расчета коэффициентов обмена и определения экстремальных значений и их направлений.

Анализ горизонтального турбулентного обмена показал значительную его анизотропность. Исследуя крупномасштабные процессы у побережья Каспия, В. Б. Штокман установил, что эллипсы обмена сильно вытянуты по нормали к берегу и потоку, т. е. макрообмен развивался более интенсивно вдоль берега и результирующего потока (в 31 раз по сравнению с поперечным направлением). Этот вывод был подтвержден многими авторами [2, 5, 6, 8] для различных районов моря и разных спектров турбулентных вихрей.

Наши исследования поля скорости в Тунисском проливе в прибрежном районе Черного моря также показали, что в море турбулентные процессы весьма редко развиваются изотропно. Однако в большинстве случаев эллипсы были вытянуты вдоль потока или под небольшим углом к нему, т. е. наиболее интенсивный обмен развивался в поперечном направлении к потоку либо под небольшим углом к нему. Поскольку основные выводы по направлению наиболее интенсивного турбулентного обмена относительно результирующего потока не согласовывались с литературными данными, все наши расчеты были тщательно проверены. Полученные ранее выводы подтвердились. После этого по опубликованным значениям A_ϕ , A_λ , $A_{\lambda\phi}$ для проверки построения эллипсов были заново определены экстремальные значения коэффициентов обмена, углы поворота координатной системы и полуоси. Выяснилось, что не во всех работах эллипсы обмена построены верно. Так, в работе [5] эллипс обмена следует повернуть по часовой стрелке на 90° . При этом оказывается, что наиболее интенсивный обмен развивался ближе к поперечному сечению потока (угол между направлением результирующего потока и

малой полуосью эллипса $\beta=73^\circ$). В определении угла поворота координатной системы при переходе к каноническому выражению эллиптической кривой и в построении эллипсов обмена допущены ошибки и в других работах [1, 3, 4, 6—8].

Во избежание возможных ошибок в построении эллипсов обмена, а следовательно, в оценках направления наиболее интенсивного обмена относительно результирующего потока или береговой черты в данной работе приведен подробный вывод канонического выражения эллиптической кривой, полное выражение экстремальных коэффициентов горизонтального обмена и угла поворота α при переходе к новой системе координат.

Уравнение эллиптической кривой, когда ее центр совпадает с началом декартовой системы координат и оси x и y направлены соответственно на восток и север, имеет вид

$$A_\lambda x^2 + 2A_{\lambda\phi}xy + A_\phi y^2 = 1. \quad (1)$$

При построении эллипса обмена удобнее от данного выражения кривой перейти к каноническому виду. Для этого оси координат необходимо повернуть на такой угол α , чтобы второй член уравнения эллиптической кривой в новой системе координат (x', y') стал равным нулю.

Выражение старых координат через новые при повороте осей на угол $\pm \alpha$ имеет вид

$$x = x' \cos \alpha \mp y' \sin \alpha; \quad y = \pm x' \sin \alpha + y' \cos \alpha.$$

После подстановки координат развернутое уравнение эллиптической кривой (1) в новой системе координат принимает вид

$$(A_\lambda \cos^2 \alpha \pm 2A_{\lambda\phi} \sin \alpha \cos \alpha + A_\phi \sin^2 \alpha) x'^2 + 2[A_{\lambda\phi} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - (\pm A_\lambda \pm A_\phi) \sin \alpha \cos \alpha] x' y' + (A_\lambda \sin^2 \alpha \pm 2A_{\lambda\phi} \sin \alpha \cos \alpha + A_\phi \cos^2 \alpha) y'^2 = 1. \quad (2)$$

Если угол поворота осей выбран таким, что второй член уравнения (2) превращается в нуль, то

$$A_{\lambda\phi} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - (\pm A_\lambda \mp A_\phi) \sin \alpha \cos \alpha = 0,$$

откуда получаем выражение

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2A_{\lambda\phi}}{A_\lambda - A_\phi}. \quad (3)$$

Эта формула дает определенное значение для $\operatorname{tg} 2\alpha$, за исключением случая, когда $A_{\lambda\phi} = 0$ и $A_\lambda = A_\phi$. Но при $A_{\lambda\phi} = 0$ всякое преобразование излишне, так как в уравнении эллипса нет члена с коэффициентом $A_{\lambda\phi}$. Выражение (3) определяет угол α по $\operatorname{tg} 2\alpha$, дает не один, а бесчисленное множество углов. Если α_0 есть один из них, то все углы, удовлетворяющие уравнению (3), заключаются в формуле

$$\alpha = \alpha_0 + k \frac{\pi}{2}, \quad (4)$$

где k есть нуль или целое число. Но легко видеть, что все эти углы определяют только две прямые и, следовательно, единственную систему новых осей координат. Параметр k выбирается таким, чтобы знак $\sin 2\alpha$ совпадал со знаком $A_{\lambda\phi}$.

Отбрасывая второй член из уравнения (2) и заменяя $2 \sin \alpha \cos \alpha$ через $\sin 2\alpha$, получаем развернутое уравнение эллипса в каноническом виде

$$(A_\lambda \cos^2 \alpha + A_{\lambda\phi} \sin 2\alpha + A_\phi \sin^2 \alpha) x_i'^2 + (A_\lambda \sin^2 \alpha - A_{\lambda\phi} \sin 2\alpha + A_\phi \cos^2 \alpha) y'^2 = 1. \quad (5)$$

В этом уравнении сомножители, стоящие перед координатами x' и y' , являются выражениями экстремальных значений коэффициентов горизонтального турбулентного обмена:

$$\begin{aligned} A_{\lambda} \cos^2 \alpha + A_{\lambda\phi} \sin 2\alpha + A_{\phi} \sin^2 \alpha &= A_{x'}, \\ A_{\lambda} \sin^2 \alpha - A_{\lambda\phi} \sin 2\alpha + A_{\phi} \cos^2 \alpha &= A_{y'}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя в (5) $A_{x'}$ и $A_{y'}$ из (6), получаем каноническое выражение эллипса обмена в виде, в котором оно приводится в работах:

$$A_{x'} x'^2 + A_{y'} y'^2 = 1, \text{ или } \frac{x'^2}{1/A_{x'}} + \frac{y'^2}{1/A_{y'}} = 1. \quad (7)$$

Знаменатели в уравнении (7) есть квадраты малой и большой полуосей эллипса обмена. Обозначим их через $1/A_{x'} = a_{x'}$ и $1/A_{y'} = b_{y'}$.

Экстремальные значения коэффициентов горизонтального обмена $A_{\max}$ и $A_{\min}$ являются корнями квадратичного уравнения

$$\begin{aligned} A^2 - (A_{\lambda} + A_{\phi})A + (A_{\lambda}A_{\phi} - A_{\lambda\phi}^2) &= 0, \\ A &= \frac{A_{\lambda} + A_{\phi} \pm \sqrt{(A_{\lambda} - A_{\phi})^2 + 4A_{\lambda\phi}^2}}{2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $A_{\lambda} + A_{\phi} = S$ и $A_{\phi}A_{\lambda} - A_{\lambda\phi}^2 = \delta$ — инварианты эллиптической кривой (1), значения которых не меняются при переносе начала координат и повороте осей.

Направление полуосей эллипса или экстремальных значений коэффициентов горизонтального обмена определяется по формуле (4) углом поворота осей α и выбирается таким, чтобы $\sin 2\alpha$ был того же знака, что и $A_{\lambda\phi}$. Только при таких условиях второй член уравнения (6) в первой строке даст плюс, а во второй — минус, т. е. максимальное и минимальное значения коэффициентов вдоль новых осей координат x' , y' .

Таким образом, направление экстремальных значений коэффициентов горизонтального обмена определяется не только знаком угла поворота осей $\tan 2\alpha = \frac{2A_{\lambda\phi}}{A_{\lambda} - A_{\phi}}$, как принимали многие исследователи, но и знаком $A_{\lambda\phi}$.

Ошибка в выборе направления малой полуоси эллипса, соответствующей $A_{\max}$, приводила к неверным выводам о наиболее интенсивном обмене вдоль потока или параллельно береговой черте; при устранении ошибки в построении эллипсов обмена казалось, что турбулентный процесс более интенсивно развивается поперек потока или под некоторым углом к нему. В зависимости от гидрометеорологических условий, рельефа дна, близости берега меняется угол между направлением максимального обмена и нормалью к берегу или потоку, изменяется и степень анизотропности процесса.

Чтобы упростить определение угла поворота осей при построении эллипсов обмена, приводим вспомогательную таблицу для различных знаков α_0 и $A_{\lambda\phi}$.

При построении эллипсов обмена можно пользоваться простым правилом. При одинаковых знаках α_0 и $A_{\lambda\phi}$ координатные оси поворачивают согласно знаку (против часовой стрелки при положительном знаке α_0 , по часовой — при отрицательном, если ось x направлена на восток и ось y — на север); по оси x' откладывается малая полуось эллипса, по

Возможные знаки		Величина k в уравнении (4)	Угол поворота осей	Знак $\sin 2\alpha$
α_0	$A_{\lambda\phi}$			
—	—	2	$-\alpha_0 + \Pi$	—
+	+	0	α_0	+
—	+	1	$-\alpha_0 + \frac{\Pi}{2}$	+
+	—	1	$\alpha_0 + \frac{\Pi}{2}$	—

оси y' — большая. Если же знаки противоположные, то после поворота осей на угол в соответствии со знаком α_0 малая полуось эллипса отклоняется по оси y' , а большая по оси x' . Ориентация эллипса будет та же, что и при пользовании таблицей. Положительное направление новых осей x' и y' находится весьма просто. При отрицательных значениях α_0 и $A_{\lambda\phi}$ положительное направление оси x' будет противоположно найденному. При положительных знаках α_0 и $A_{\lambda\phi}$ найденное направление x' будет положительным. Если знаки α_0 и $A_{\lambda\phi}$ противоположны, то положительное направление оси отклоняется против часовой стрелки на 90° .

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданова А. К. Процессы горизонтального и вертикального обмена в Тунисском проливе по наблюдениям в зимнее время.— В кн.: Океанограф. исследования в Тунисском проливе. К., «Наук. думка», 1971, с. 26—43.
2. Гезенцевой А. Н. О горизонтальном макротурбулентном обмене в Черном море.— Труды Института океанологии АН СССР, 1961, 52, с. 115—132.
3. Зац В. И., Кандыбко В. В. Зависимость среднемасштабного горизонтального обмена от определяющих факторов и его пространственная изменчивость у приглубых шельфов.— Биология моря, 1972, вып. 27, с. 96—110.
4. Николаев С. Т., Луйск Т. Э. О пространственной изменчивости характеристик крупномасштабной турбулентности и макрообмена в Балтийском море.— Изв. АН СССР, ФАО, 1975, 11, № 8, с. 366—369.
5. Тимофеев В. Т., Панов В. В. Косвенные методы выделения и анализа водных масс. Л., Гидрометеиздат, 1962, 249 с.
6. Толмазин Д. М., Шнайман В. А., Ациховская Ж. М. Проблемы динамики вод северо-западной части Черного моря. К., «Наук. думка», 1969, 128 с.
7. Хлопов В. В. Изменение коэффициента перемешивания по наблюдениям в Черном море.— Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1958, № 2, с. 235—243.
8. Хлопов В. В. Коэффициент перемешивания и его изменения с глубиной и по времени для открытой части Черного моря.— Труды ГОИН, 1959, вып. 47, с. 30—37.
9. Штокман В. Б. О турбулентном обмене в средней и южной части Каспийского моря.— Изв. АН СССР, Сер. географ., геофиз., 1940, № 4, с. 569—592.

Институт биологии южных морей
им. А. О. Ковалевского АН УССР

Поступила в редколлегию
14.II 1975 г.

УДК 551.465.153

А. К. Богданова, Т. П. Коваленко

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ОБМЕНА В ТУНИССКОМ ПРОЛИВЕ И В ПРИБОСФОРСКОМ РАЙОНЕ ЧЕРНОГО МОРЯ

Вопросы турбулентного обмена и перемешивания в стратифицированных проливах приобретают все большее значение как в теоретическом плане, так и при решении практических задач.

В статье рассматриваются особенности структуры среднемасштабной турбулентности в двух специфических районах Средиземноморского бассейна — в узкой части Тунисского пролива и прибофорском районе Черного моря, определяются ориентация экстремальных значений турбулентного обмена и степень анизотропности обмена при различных ветровых условиях над морем и в разные сезоны. Наблюдения над течениями проводили в январе — марте 1970 г., декабре 1971 и августе — октябре 1972 г. Течения измеряли на протяжении 1—5 суток вертушками БПВ-2 на автономных буйковых станциях (АБС) и придонных установках; дискретность измерений 10 и 5 мин (рис. 1). В прибофорском районе Черного моря использованы наблюдения над течением в черноморском потоке, в переходном слое и в струе средиземноморских вод.