АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНСКОЙ ССР
ИНСТИТУТ БИОЛОГИИ ЮЖНЫХ МОРЕЙ
ИМ. А.О. КОВАЛЕВСКОГО

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАДИОАКТИВНОСТИ

(Материалы симпозиума)

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКОВА ДУМКА»
КИЕВ—1972

Эффективность счета бета-частиц для счетчиков МСТ-I7, СБТ-I3 и СТС-5

Радионуклид	Энергия излучения, Мэв		Эффективность счета		
	Максимальная Е	Средняя Е	СБТ-I3	МСТ-I7	СТС-5
Углерод-I4	0,I585	0,050I	0,203	0,044	-
Кобальт-60	0,318	0,0932	0,390	0,II0	-
Стронций-90	0,546	0,I93	0,560	0,I75	0,0I9
Таллий-204	0,760	0,242	0,650	0,2I0	0,035
Калий-40	I,32I	0,536	0,740	-	0,I35
Иттрий-90	2,273	0,929	0,700	0,220	0,I62

Выводы

Получена зависимость эффективности счета бета-частиц от максимальной (0,I6-2,27 Мэв) и средней (0,050-0,93 Мэв) энергии бета-спектра.

Литература

I. Джелепов Б.С., Пекер Л.К. Схемы распада радиоактивных ядер. Изд-во АН СССР, М.-Л., I963.

2. Джелепов Б.С., Пекер Л.К. Схемы распада радиоактивных ядер. "Наука", М.-Л., I966.

3. Шиманская Н.С., Зелецкий Э.Г. Средние энергии электронных и позитронных бета-спектров. - Атомная энергия, т. I7, № 9.

Д.С.Парчевская

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА В РАДИОБИОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Введение

Успех любого эксперимента зависит не только от корректной постановки задачи, но и от правильной статистической обработки опытных данных, которая теряет свою строгость без математического планирования эксперимента. Таким образом, наиболее ответственным этапом эксперимента является планирование. При этом у исследователя возникает два вопроса: I. Каким образом составить выборку, чтобы она репрезентативно представляла генеральную совокупность? 2. Сколько наблюдений нужно сделать, чтобы получить результат с заданной уверенностью и какой при этом допускается риск? Первый вопрос решается, если эксперимент будет рандомизирован, т.е. если неизвестное систематическое рассеяние экспериментального материала будет преобразовано в независимое и случайное рассеяние. Вопросы рандомизации экспериментальных данных подробно рассмотрены в книге Хальда [2].

Целью настоящей работы является получение ответа на второй вопрос, т.е. нахождение количества повторностей в опытах в зависимости от разброса экспериментальных данных. Из предварительного эксперимента или архивных материалов находятся ориентировочные величины среднего значения и разброса вариант, которые необходимы при определении объема выборки.

При выводах, базирующихся на статистических критериях, могут появиться ошибки двух типов: I) ошибка первого рода, представляющая вероятность отвергнуть проверяемую гипотезу, если она верна и называемая уровнем значимости α ; 2) ошибка второго рода β , представляющая вероятность принять проверяемую гипотезу, когда она не верна. Мощность критерия связана с ошибкой второго рода соотношением $M = I \div \beta$. Она представляет собой вероятность вынесения правильного решения. На основании ошибки первого рода и мощности критерия проводится планирование эксперимента. При постановке опытов необходимо позаботиться, чтобы ошибка первого рода была оптимально малой, а мощность критерия достаточно большой.

<u>u -критерий</u>. Одним из наиболее распространенных критериев статистического анализа является u-критерий, на основании которого рассчитываются доверительные интервалы параметров распределения. На рис. I показаны две кривые мощности u-критерия для объемов выборок $n=2$ и $n = 11$. По оси абсцисс отложены величины Δ в долях σ , т.е. $\Delta = 1\sigma$, 2σ . Здесь Δ - величина, на которую отличается выборочное среднее $\bar{x}$ от генерального μ , т.е. $\Delta = |\mu - \bar{x}|$. Эта величина была введена для того, чтобы объемы выборок не зависели от абсолютных величин средних значений выборки и генеральной совокупности. По оси ординат отложена мощность u-критерия, т.е. вероятности $p = \Phi\left(\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/n}\right)$, где Φ - функция нормального распределения.

Из этого рисунка следует, что в случае кривой $n = 2$ правильное решение будет принято в 76,5 случаях из 100, если потребовать, чтобы выборочное среднее отличалось от генерального не более, чем на $\Delta = 0{,}5\,\sigma$. При тех же условиях из кривой $n = 11$ видно, что вероятность вынесения правильного решения увеличилась до 95%. Таким образом, чем больше число повторностей в опыте n , тем с большей уверенностью мы можем найти генеральное среднее.

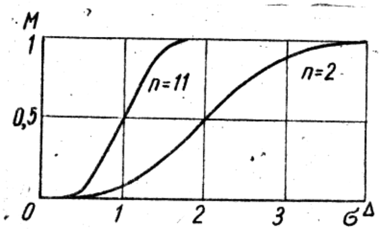

Рис. I. Функция мощности u-критерия для $n=2$ и II.

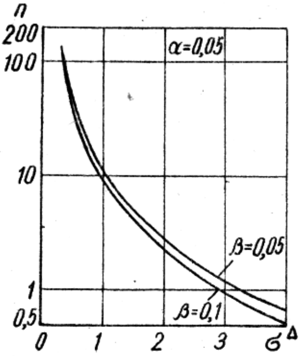

Рис. 2. Зависимость объема выборки n от величины Δ для $\alpha = 0,05$ и $\beta = 0,05$ и 0,I.

На рис. 2 изображены две кривые зависимости объема выборки n от Δ для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и двух значений ошибок второго рода $\beta_{1,2} = 0,I; 0,05$:

$$n = (u_{1-\alpha} + u_{1-\beta})^2 \cdot \left(\frac{\sigma}{\Delta}\right)^2,$$

где $u_{1-\alpha}$ [I] и $u_{1-\beta}$ – квантили нормированного нормального распределения, которые находятся по таблице значений функции, обратной интегралу вероятностей.

П р и м е р. Пусть требуется определить количество повторностей в одном опыте по определению коэффициента накопления некоторого радионуклида гидробионтом, чтобы с уверенностью 0,95 ($\alpha = 0,05$) можно было бы заключить, что выборочный коэффициент накопления k отличается от истинного не более чем на Iσ. Считается экономически достаточным отбрасывать нулевую гипотезу с вероятностью M=0,95 ($\beta = 0,05$). Распределение коэффициентов накопления предполагается нормальным.

Решение поставленной задачи дает верхняя кривая ($\beta = 0,05$) рис. 2. Для $\Delta = $ Iσ находим, что при сделанных предположениях достаточно производить II повторностей. Зависимость количества повторностей от величины Δ приведена в столбце 3 таблицы.

Если исследователя интересует только ошибка первого рода, то объем выборки рассчитывается по формуле

$$n = \frac{\theta_\alpha^2 \sigma^2}{\Delta^2},$$

где величина θ_α – значение площади под нормальной кривой. Значения n в зависимости от величины Δ с учетом $\alpha = 0,05$ приведены в столбце 2 таблицы.

Сравнение количества повторностей в опытах при различных условиях

Δ	Количество повторностей С учетом α	Количество повторностей С учетом α и β	На основании неравенства Чебышева
I/5	96	269	500
I/4	62	I72	320
I/3	35	98	I80
I/2	I6	43	80
I	4	II	20
2	I	3	5
3	0,4	I	2,2

Неравенство Чебышева. Если закон распределения случайных величин в эксперименте не известен, то для того, чтобы квадратичную ошибку можно было рассматривать как меру рассеяния, пользуются неравенством Чебышева:

$$P\left(|\bar{x} - \mu| > \frac{a\sigma}{\sqrt{n}}\right) < \frac{1}{a^2},$$

которое показывает, что вероятность того, что выборочное среднее $\bar{x}$ отклоняется от генерального среднего μ, не более чем на $\frac{a\sigma}{\sqrt{n}}$ (σ – стандартное отклонение) не превышает какое-то заданное положительное число. Неравенство Чебышева можно применять только в том случае, если генеральное среднее постоянно. Если положить $\frac{a\sigma}{\sqrt{n}} = \Delta$, то можно показать [I], что для того, чтобы с вероятностью 0,95 выборочное среднее отличалось от генерального среднего не более чем на $k\sigma$, необходимо сделать n повторностей

$$n = \frac{\sigma^2}{\alpha(k\sigma)^2},$$

где $k > 0$ – константа, определяемая целью эксперимента. В столбце 4 таблицы приведены объемы выборок n в зависимости от различных величин Δ для уровня значимости $\alpha = 0,05$ исходя из неравенства Чебышева.

Из таблицы видно, что иногда экономически выгоднее прежде исследовать вид распределения, чем проводить планирование на основании неравенства Чебышева.

Однофакторный дисперсионный анализ. Для однофакторного полностью рандомизированного эксперимента применяется однофакторный дисперсионный анализ. Необходимо, чтобы выполнялись следующие предположения: I) процесс должен быть контролируемым, т.е. его можно повторить; 2) распределение совокупностей, из которых берутся выборки, является нормальным; 3) дисперсии ошибок для всех опытов должны быть однородными. Если последнее условие не выполняется, то следует стремиться к тому, чтобы объемы выборок были одинаковыми.

На рис. 3 изображена функция мощности F-критерия однофакторного дисперсионного анализа для уровня значимости $\alpha = 0,05$ в двух случаях, когда количество опытов $m = 2$ (рис. 3,а) и $m = 4$ (рис. 3,б).

В данном критерии Δ представляет отличие каждого экспериментального среднего значения от генерального. Характер этой функции в зависимости от Δ и количества повторностей в опытах n_i измеряется так же, как и в случае u-критерия.

Рис. 4 дает зависимость числа повторностей в каждом из опытов n_i от количества опытов m для различных условий. Кривые рис. 3 и 4 рассчитаны исходя из диаграмм Пирсона-Хартли [3].

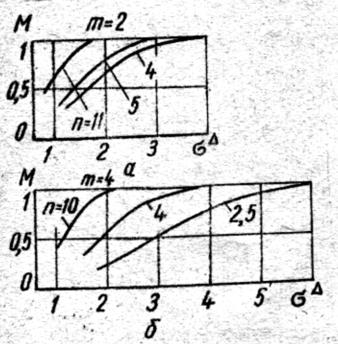

Рис. 3. Функция мощности F-критерия однофакторного дисперсионного анализа для $m = 2$ и 4.

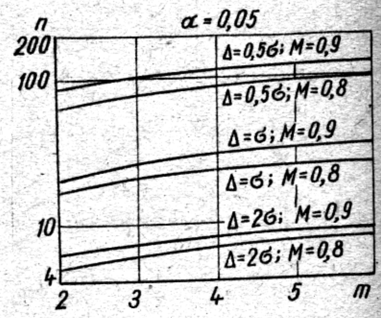

Рис. 4. Зависимость числа повторностей n_i от количества опытов m, величины Δ и мощности F-критерия M для $\alpha = 0,05$.

Из рис. 4 видно, что количество повторностей в опыте очень сильно зависит от параметра, выражающего разброс между опытами Δ, в меньшей мере – от мощности критерия и в совсем незначительной – от количества опытов.

П р и м е р. Ставится 4 опыта по действию стронция-90 при концентрации 10^{-9} С/л на икру камбалы. Количественным фактором характеристики действия было выбрано число хромосомных абберации в икринке, выраженных в процентах. Предположим, что средние значения опытов отличаются от генерального среднего не более чем на 1σ. Нулевая гипотеза H_0 проверяется с 5%-ным уровнем значимости и считается экономически достаточным отбрасывать H_0 с вероятностью 0,9. Необходимое количество повторностей в каждом опыте находится из рис. 4 на кривой $\Delta = 1\sigma$, $M = 0,9$, т.е. $n = 29$.

Выводы

1. В настоящей работе проведено сравнение количества повторностей в опыте в случае неизвестного и нормального распределений вариант.

2. Приведены кривые мощности u-критерия и F-критерия однофакторного дисперсионного анализа.

3. Рассчитаны: а) зависимость количества повторностей в опыте от величины разброса экспериментальных данных для u-критерия; б) зависимость количества повторностей в каждом опыте от числа поставленных опытов для F-критерия однофакторного дисперсионного анализа с учетом величин мощности критерия и уровня значимости.

Литература

1. Налимов В.В. Применение математической статистики при анализе вещества, Физматгиз, М., 1960.
2. Хальд А. Математическая статистика с техническими приложениями. ИЛ., М., 1956.
3. Шеффе Г. Дисперсионный анализ. Физматгиз, М., 1963.

В.П.Парчевский, Г.А.Фрейман,
Н.А.Лаврентьев, Н.С.Рисик

ЕСТЕСТВЕННАЯ РАДИОАКТИВНОСТЬ ВУЛКАНИЧЕСКОЙ ГРУППЫ КАРАДАГА В КРЫМУ

Введение

Крым издавна привлекал к себе внимание ученых различных специальностей. Проведены обширные исследования, посвященные изучению природных ресурсов этого своеобразного края. В свое время академики В.И.Вернадский и А.Е.Ферсман [1,2] подчеркивали необходимость изучения радиоактивности Крыма. Имеющиеся к настоящему времени сведения о естественной радиоактивности Крыма немногочисленны [1,2,7].